

Krátke teoretické úlohy

Každá úloha max 10 bodov

1. Väčšina nových komét vnikne do vnútornej slnečnej sústavy priamo z Oortovho oblaku. Vypočítajte ako dlho táto cesta kométe trvá.

Predpokladáme, že Oortov oblak je 35 000 AU od Slnka a kométa je v ňom v aféliu

2. Vypočítajte počet hviezd v guľovej hviezdokope s priemerom 40 pc, ak úniková rýchlosť na okraji hviezdokopy je 6 km/s a väčšina hviezd v hviezdokope je podobných Slnku.

3. Dňa 9.3.2011 sonda Voyager bola 116,406 AU od Slnka a letela rýchlosťou 17,062 km/s. Určite typ jej dráhy

- (a) elipsa,
- (b) parabola,
- (c) hyperbolická.

Aká je zdanlivá jasnosť Slnka pozorovaná zo sondy Voyager?

4. Predpokladajme, že Fobos obieha okolo Marsu v rovine rovníka planéty v smere jej rotácie. Určte čas ako dlho je Fobos nad horizontom pre pozorovateľa, ktorý sa nachádza na rovníku Marsu. Použite nasledovné dáta:

Polomer Marsu $R_{\text{Mars}} = 3\,393 \text{ km}$ Hmotnosť Marsu $M_{\text{Mars}} = 6,421 \times 10^{23} \text{ kg}$

Rotačná perióda Marsu $T_{\text{Mars}} = 24,623 \text{ h}$, Polomer orbitálnej dráhy Fobosu $R_p = 9\,380 \text{ km}$

5. Aký by mal byť priemer rádioteleskopu, pracujúceho na vlnovej dĺžke $\lambda = 1 \text{ cm}$, aby mal rovnaké rozlíšenie ako optický teleskop s priemerom $D = 10 \text{ cm}$?
6. Slapové sily pôsobia na rotáciu Zeme určitým momentom. (brzdenie rotácie) Predpokladáme, že počas posledných niekoľko sto miliónov rokov boli tento moment ako aj dĺžka hviezdneho roka konštantné a mali hodnoty $6 \times 10^{16} \text{ N m}$ a $3,15 \times 10^7 \text{ s}$. Vypočítajte koľko dní mal rok pred $6,0 \times 10^8$ rokov.

Predpokladajme, že Zem je homogénna guľa a moment zotrvačnosti homogénnej gule

s polomerom R a hmotnosťou m je $I = \frac{2}{5} m R^2$.

7. Satelit obieha okolo Zeme po kruhovej dráhe. Počiatočný moment je daný vektorom \mathbf{p} . V určitom čase explózia dodá satelitu dodatočný moment $\Delta\mathbf{p}$, ktorá je rovná absolútnej hodnote \mathbf{p} .

Nech α je uhol medzi vektormi \mathbf{p} a $\Delta\mathbf{p}$ a β je uhol medzi rádius vektorom satelitu a vektorom $\Delta\mathbf{p}$.

Aký má byť smer dodatočného momentu určený vektorom $\Delta\mathbf{p}$ aby sa nová dráha stala

- (a) Hyperbola s perigeom v mieste explózie
- (b) Parabola s perigeom v mieste explózie
- (c) Elipsa s perigeom v mieste explózie
- (d) Kruh
- (e) Elipsa s apogeom v mieste explózie?

Pre každú vyššie uvedenú dráhu napíšte YES nakoľko je taká dráha možná a napíšte hodnoty uhlov α a β pre aké je to možné.

Poznamenajme, že pre $\alpha = 180^\circ$ a $\beta = 90^\circ$ nová dráha bude priamka po ktorej bude satelit voľne padať v smere do centra Zeme.

8. Predpokladajme, že zrnká prachu sú čierne telesá, určite priemer sférického zrnka prachu, ktoré ostáva v blízkosti Zeme v rovnováhe medzi tlakom žiarenia a gravitačným pôsobením Slnka. Predpokladáme, že hustota prachového zrnka $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.
9. Medzihviezdne vzdialenosti sú v porovnaní s rozmermi hviezd veľké. Preto hviezdokopy a galaxie, ktoré v podstate neobsahujú difúznú (rozptýlenú) hmotu nezakrývajú hmotu, ktorá je za nimi. Určite, aká časť oblohy je zakrytá hviezdami, keď sa pozeráme v smere galaxie s povrchovou jasnosťou $\mu = 18,0 \text{ mag arcsec}^{-2}$. Predpokladáme, že galaxia pozostáva z hviezd podobných Slnku
10. Odhadnite energiu, ktorú by mal mať protón, aby prenikol cez zemskú magnetosféru. Predpokladáme, že prienik je kolmý na pás konštantného magnetického poľa $30 \mu\text{T}$ a jeho hrúbka je $1,0 \times 10^4 \text{ km}$. Urobte náčrt trajektórie častice. (Poznávame, že pri takýchto vysokých energiách môže byť moment hybnosti nahradený výrazom E/c . Ignorujte akékoľvek efekty vyžarovania).
11. Na základe spektra galaxie s červeným posunom $z = 6,03$ bolo určené, že priemerný vek hviezd v galaxii je od 560 do 600 miliónov rokov. Pri akom z sa začali formovať hviezdy v tejto galaxii? Predpokladáme, že momentálny vek vesmíru je $t_0 = 13,7 \times 10^9$ rokov a že rýchlosť expanzie vesmíru je daná rovinným kozmologickým modelom s kozmologickou konštantou $\Lambda = 0$ (V tomto vesmíre je škálový faktor $R \sim t^{2/3}$, kde t je čas od big bangu)
12. Z dôvodu precesie zemskej osi, oblasť oblohy viditeľná z miesta s fixnými geografickými súradnicami sa časom mení. Je možné, že nastane doba, keď Sírius nebude v Krakove vôbec vychádzať, a naopak Canopus bude vychádzať aj zapadať? Predpokladáme, že zemská os vykresľuje kužeľ s uhlom 47° . Krakow má severnú zemepisnú šírku $50,1^\circ$; súčasné ekvatoriálne súradnice (rektascenzia a deklinácia) týchto hviezd sú:

Sirius ($\alpha \text{ CMa}$): $6^{\text{h}} 45^{\text{m}}, -16^\circ 43'$
 Canopus ($\alpha \text{ Car}$): $6^{\text{h}} 24^{\text{m}}, -52^\circ 42'$

13. Rovnica ekliptiky v ekvatoriálnych (rovníkových) súradniciach (α, δ) má tvar:

$$\delta = \arctan(\sin \alpha \tan \varepsilon)$$

kde ε je uhol nebeského rovníka voči rovine ekliptiky. Nájdite podobný vzťah $h = f(A)$ pre galaktický rovník v horizontálnych (obzorníkových) súradniciach (A, h) pre pozorovateľa na zemepisnej šírke $\varphi = 49^\circ 34'$ pre miestny hviezdny čas $\theta = 0^h 51^m$.

14. Odhadnite počet slnečných neutrín, ktoré by mali prejsť každú sekundu plochou 1m^2 na zemskom povrchu, ktorá je kolmá k Slnku. Využite fakt, že každá termonukleárna reakcia produkuje v Slnku energiu $26,8\text{ MeV}$ a 2 neutrína
15. Reliktové žiarenie má spektrum čierneho telesa počas celého vývoja vesmíru. Určite, ako sa jeho teplota mení s červeným posunom z . V danom prípade určte teplotu reliktového žiarenia pre objekt s posunom $z \approx 10$ (čo sú najvzdialenejšie pozorované objekty). Súčasná teplota reliktového žiarenia je $2,73\text{ K}$.